

Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz

R. Görlacher

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, der Universität Karlsruhe

In der Holzforschung und bei der Materialprüfung fehlt bisher ein anerkanntes Verfahren zur zeitsparenden und zuverlässigen Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Hölzern unterschiedlicher Abmessungen. Ein ursprünglich für isotrope Werkstoffe entwickeltes Meßverfahren zur Bestimmung des dynamischen Elastizitätsmoduls konnte durch Modifizierung der Berechnungsweise auch auf den Werkstoff Holz übertragen werden. Drei systematische Versuchsreihen zur Erprobung des Meßverfahrens und seiner Auswertung wurden durchgeführt.

A new method for determining the modulus of elasticity of timber

Up to the present no recognized timesaving and reliable method has been known in the field of timber research and material testing for the determination of the modulus of elasticity in variable length timber. A method originally developed for determining the modulus of elasticity in isotropic materials has been adapted to wood testing by modifying the mathematical procedure. Three systematic test series were performed to assess this modified test method and its interpretation.

1 Einleitung

Für die Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken ist der Elastizitätsmodul des Holzes in Faserrichtung einer der wichtigsten Kennwerte. Er wird zur Berechnung elastischer Verformungen benötigt, hat aber auch Bedeutung für die Abschätzung der Festigkeit (zerstörungsfreie Prüfung). Glos u. Heimeshoff (1982) zeigten, daß zwischen der Zugfestigkeit und dem Elastizitätsmodul unter Zugbeanspruchung ein signifikanter Zusammenhang besteht. Biegeprüfmaschinen wurden zur Gütesortierung von Brettern entwickelt, da auch zwischen dem Biegeelastizitätsmodul und der Zugfestigkeit sowie der Biegefestigkeit enge Korrelationen nachgewiesen worden sind. Derartige Meßverfahren sind jedoch in der Regel nur für eng begrenzte Abmessungen der Hölzer (Brettla-mellen) geeignet. Außerdem kann man wegen sehr hoher Prüfgeschwindigkeiten, die bei einer Prüfung großer Mengen (Gütesortierung) erforderlich sind, keine allzu großen Genauigkeitsanforderungen stellen.

In der Holzforschung und bei der Materialprüfung liegen jedoch sehr unterschiedliche Probenabmessungen vor; außerdem wird für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls eine hohe Genauigkeit angestrebt. In der Regel wird in einem zeitaufwendigen Biegeversuch nach DIN 52 186 der Biegeelastizitätsmodul bestimmt. Ein Verfahren, mit dem schnell und zuverlässig der Elastizitätsmodul von Hölzern bestimmt werden kann, fehlt also bisher.

Die Firma J. W. Lemmens-Elektronika n. V., Löwen/Belgien, entwickelte ein Meßgerät, mit dem der Elastizitätsmodul von Schleifscheiben, als Maß für deren Härte, sehr genau und schnell bestimmt werden kann. Dieses Meßverfahren wurde inzwischen auch auf andere Werkstoffe übertragen. Bei der Anwendung auf den Werkstoff Holz zeigten sich aber deutliche Schwächen. Einerseits konnte der Einfluß des für Holz charakteristisch hohen Verhältnisses zwischen Elastizitäts- und Schubmodul nicht befriedigend erfaßt werden, andererseits war das Verfahren für relativ lange Bretter nicht anwendbar.

Im Zusammenhang mit mehreren Forschungsarbeiten an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe wurde versucht, das Verfahren zu verbessern, um damit auch zuverlässige Messungen an Holz durchführen zu können¹.

2 Prinzip der Messung und ihre Schwächen im Hinblick auf den Werkstoff Holz

Die Energie, die einem Körper durch eine Berührung mit einem Gegenstand (Stoß, Schlag o. ä.) zugeführt wird, wird in Schwingungen umgewandelt. Diese Schwingungen sind sehr komplex und hängen u. a. von der Art und der Stärke des Anschlages sowie von den physikalischen und geometrischen Eigenschaften des Körpers ab. Günstige Auflagerbedingungen, die dem Körper erlauben, frei zu schwingen, führen jedoch dazu, daß sich nach kurzer Zeit Eigenschwingungen einstellen. Um sich diese Eigenschaft zunutze zu machen, wurde das Meßgerät Grindo-Sonic MK 3 entwickelt. In diesem Zusammenhang interessiert vor allem dessen Anwendung bei stabförmigen Körpern, jedoch ist es auch möglich, über Schwingungsmessungen an scheibenförmigen Körpern auf deren Elastizitätsmodul zu schließen.

Bei Messungen an Stäben muß gewährleistet sein, daß sich eine Eigenschwingungsform ungehindert einstellen kann. Dazu muß der Stab in den Knoten der Biegeschwingungslinie aufgelagert sein (Bild 1). Diese Knoten stellen sich für die Schwingung 1. Ordnung in einem Abstand von etwa einem Fünftel der Stablänge von den Stabenden entfernt ein. Gute Meßergebnisse können erzielt werden, wenn man schmale Streifen aus Hartschaum (Styropor) als Auflager verwendet. Durch eine Erregung (Stoß, Schlag o. ä.) rechtwinklig zur Stabachse nimmt der Stab nach kurzer Zeit die angegebene Biegeschwingung 1. Ordnung ein. Mit einem piezo-elektrischen Taster wird der Stab an einer Stelle der

¹ Der Firma J. W. Lemmens-Elektronika n. V. sei an dieser Stelle für ihre entgegenkommende Unterstützung gedankt

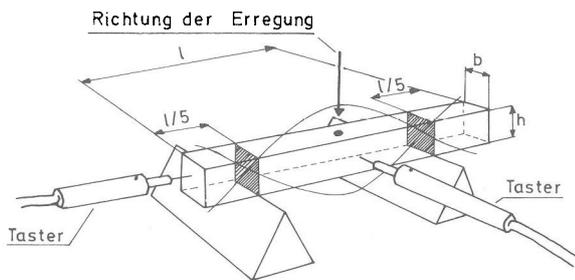


Bild 1. Durchführung der Messung an einem stabförmigen Körper mit zwei möglichen Anordnungen des Tasters

Fig. 1. Test procedure for a prismatic stick with two different applications of the tracer to measure the vibration frequency

Tabelle 1. Biegeschwingungslinien und zugehörige Konstanten m_n , K_1 und K_2

Ordnung	Biegeschwingungslinien n -ter Ordnung und Lage der Schwingungsknoten (x_i) bezogen auf die Stablänge l	Konstanten [siehe Gl. (1)]		
		m_n^4	K_1	K_2
$n=1$	 $x_1 = 0,224 l$ $x_2 = 0,776 l$	$0,5006 \cdot 10^3$	49,48	12,30
$n=2$	 $x_1 = 0,132 l$ $x_2 = 0,500 l$ $x_3 = 0,868 l$	$3,804 \cdot 10^3$	108,9	46,05
$n=3$	 $x_1 = 0,094 l$ $x_2 = 0,356 l$ $x_3 = 0,644 l$ $x_4 = 0,906 l$	$14,62 \cdot 10^3$	186,9	98,90

maximalen Amplituden berührt (Bild 1). Das Meßgerät mißt die Schwingungen über einen längeren Zeitraum und gibt nach ihrem Abklingen die Schwingungsdauer von zwei Schwingungen (in μs) auf ein digitales Anzeigefeld. Dabei wird der Beginn der Messung der Schwingungsdauer automatisch soweit verschoben, bis die komplexen Störschwingungen abgeklungen sind. Über ein Rechenprogramm kann der Elastizitätsmodul dann mit einem Tischrechner nach Eingabe der Körpergeometrie (Länge, Höhe, Breite), der Masse und der registrierten Schwingungsdauer berechnet werden.

Für den Werkstoff Holz liefern die in den bisherigen Rechenprogrammen benutzten Formeln jedoch aus den eingangs genannten Gründen noch unbefriedigende Ergebnisse. Auch ist es nicht möglich, aus Schwingungen höherer Ordnung den Elastizitätsmodul zu bestimmen. Dies ist aber gerade bei der Prüfung von Stäben mit großer Länge wünschenswert. Es wurden daher verbesserte Rechenmethoden programmiert, die auf die genannten Einflüsse Rücksicht nehmen und auch die Auswertung von Meßwerten aus Schwingungen höherer Ordnung ermöglichen.

3 Theoretische Grundlagen für die Berechnung des Elastizitätsmoduls

Für die Lösung der Differentialgleichung der Biegeschwingung wurde schon von Kollmann u. Krech (1960) und Hear-

mon (1966) eine Näherungslösung verwendet, mit deren Hilfe der Elastizitätsmodul aus dynamischen Messungen an Holzproben bestimmt wurde:

$$E = \frac{4\pi^2 \cdot l^4 \cdot f_0^2 \cdot \rho}{m_n^4 \cdot i^2} \cdot \left[1 + \frac{i^2}{l^2} \left(K_1 + K_2 \cdot s \cdot \frac{E}{G} \right) - \frac{4\pi^2 \cdot s \cdot i^2 \cdot \rho \cdot f_0^2}{G} \right] \quad (1)$$

Darin bedeuten:

E = Elastizitätsmodul, G = Schubmodul, ρ = Rohdichte, l = Stablänge, i = Trägheitsradius in Richtung der Biegeschwingung, f_0 = Frequenz. K_1 , K_2 und m_n sind Konstanten, die nur von der Ordnung der Schwingung abhängen. In Tabelle 1 sind die Biegeschwingungslinien 1., 2. und 3. Ordnung mit den zugehörigen Konstanten in Gl. (1) für einen freischwingenden Stab angegeben.

s ist ein Formfaktor, über dessen Größe keine einheitlichen Angaben vorliegen. Für isotrope Stäbe mit Rechteckquerschnitt wird $s = 1,20$ gesetzt. Hearmon (1966) nennt aufgrund von Messungen an Holzproben den Wert $s = 1,06$. Im folgenden wird der Formfaktor s im Ausdruck $s \cdot E/G$ gleichzeitig mit dem Quotienten aus Elastizitäts- und Schubmodul berücksichtigt und im letzten Term der Gl. (1) $s = 1$ gesetzt, da der Einfluß dieses Terms auf die Berechnung des Elastizitätsmoduls sehr gering ist.

4 Versuche

Insgesamt wurden drei systematische Versuchsreihen im Rahmen laufender Forschungsprojekte zur Erprobung des Meßverfahrens durchgeführt. Dabei wurden folgende Fragestellungen untersucht:

Wie stimmen die dynamisch ermittelten Elastizitätsmoduln mit den statisch nach DIN 52 186 bestimmten Werten überein?

Welche Unterschiede ergeben sich, wenn man die Elastizitätsmoduln aufgrund von Schwingungsmessungen verschiedener Ordnungen bestimmt?

Wie wirkt sich das Verhältnis von Elastizitäts- zu Schubmodul auf die Ergebnisse aus?

4.1 Dynamisch mit Grindo-Sonic und statisch nach DIN 52 186 ermittelter Elastizitätsmodul

Da im Biegeversuch nach DIN 52 186 keine Korrektur des Schubkräfteinflusses auf die Durchbiegung vorgesehen ist, muß bei einem Vergleich beider Prüfverfahren in Gl. (1) der Faktor $s \cdot E/G = 0$ gesetzt werden. Der Einfluß des letzten Terms in Gl. (1) ist vernachlässigbar, wenn das nach DIN 52 186 vorgesehene Verhältnis von Trägerstützweite zu Trägerhöhe $l/h > 15$ eingehalten wird. Bei vergleichenden Versuchen nach dem Grindo-Sonic-Verfahren und der Prüfnorm 52 186 wird der dynamische Elastizitätsmodul daher zu

$$E_{B,G} = \frac{4\pi^2 \cdot l^4 \cdot f_0^2 \cdot \rho}{m_n^4 \cdot i^2} \left(1 + \frac{i^2}{l^2} \cdot K_1 \right) \quad (2)$$

bestimmt, während der statische Elastizitätsmodul aus Biegeversuchen zu

$$E_{B,DIN} = \frac{1}{4 \cdot b} \cdot \left(\frac{l}{h} \right)^3 \frac{\Delta F}{\Delta f} \quad (3)$$

mit der einer Kraftzunahme ΔF im Biegeversuch zugehörigen Durchbiegungszunahme Δf berechnet wird; b ist dabei die Trägerbreite.

An 95 fehlerfreien Stäben aus Douglasie (*Pseudotsuga menziesii*) mit den Abmessungen 4 cm × 4 cm × 72 cm und an 14 Balken in Bauholzqualität mit den Abmessungen 14 cm × 12 cm × 300 cm wurde nach beiden Methoden der Biegeelastizitätsmodul bestimmt, nachdem die Hölzer im Normalklima 20/65 DIN 50 014 vorher bis zur Ausgleichsfeuchte gelagert waren. In Bild 2 ist der Zusammenhang zwischen den Biegeelastizitätsmoduln nach beiden Verfahren dargestellt. Im Mittel liegt der dynamische Biegeelastizitätsmodul um 9% über dem statischen. Der Variationskoeffizient der Quotienten $E_{B,G}/E_{B,DIN}$ betrug 3,1%. Dieses Ergebnis stimmt gut mit Versuchen von Kollmann u. Krech (1960) überein, die gegenüber dem statischen Biegeelastizitätsmodul einen um 7% höheren dynamischen Biegeelastizitätsmodul bei einem Variationskoeffizienten von 2,9% für Fichte angeben.

4.2 Dynamische Elastizitätsmoduln, ermittelt aus Schwingungen unterschiedlichen Ordnungen

Bei langen Brettern ist eine Messung der Schwingung 1. Ordnung wegen der großen Schwingungsdauer mit dem Grindo-Sonic nicht mehr durchführbar. Es ist aber möglich, auf Schwingungen höherer Ordnung auszuweichen.

Durch Auflagern der Bretter unter den für die jeweilige Schwingungsart angegebenen Knotenpunkten (Tabelle 1) und Anschlagen an Stellen der größten Auslenkungen können auch Schwingungen höherer Ordnung erzwungen werden. Es ist dabei auch möglich, auf die inneren Auflager zu verzichten und durch ein Verschieben der beiden äußeren Auflager und ein entsprechendes Anschlagen bei langen Brettern Schwingungen unterschiedlicher Ordnungen auszulösen. Diese Methode wurde an etwa 100 Brettern aus Fichte (*Picea abies*) untersucht, die aus der laufenden Produktion eines Leimbaubetriebs entnommen worden waren. Der Brettquerschnitt betrug einheitlich 114 mm × 36 mm, die Längen schwankten zwischen 3,90 m und 4,50 m. Nach Ermittlung der jeweiligen Abmessungen und der Bestimmung der Masse der Bretter wurden je drei Messungen durchgeführt. Dabei wurde die Lage des Querschnitts (hochkant/flachliegend) und der Auflager so variiert, daß Schwingungen 2. und 3. Ordnung entstanden. Der Taster zur Messung der Schwingungsdauer wurde stets an einem Brettende (Hirnholzende) angesetzt. Tabelle 2 enthält die wichtigsten Daten für die jeweiligen Versuchsanordnungen und die Bezeichnung der daraus ermittelten Elastizitätsmoduln.

Die Berechnung der Elastizitätsmoduln erfolgte nach Gl. (1). Dabei wurde der Faktor $s \cdot E/G = 20$ für alle Bretter konstant angenommen. Da der Schubverformungseinfluß bei den vorliegenden Verhältnissen Brettlänge/Breithöhe nicht sehr groß ist, erschien diese Annahme als genau genug.

In Bild 3 ist der Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln dargestellt, die aus den Schwingungen 2. bzw. 3. Ordnung ermittelt wurden (Querschnittslage hochkant).

Der Mittelwert der Quotienten $E_{2,H}/E_{3,H}$ beträgt 1,01 bei einem Variationskoeffizienten von 2,7%. Durch Variation des Wertes $s \cdot E/G$ kann die Übereinstimmung der aus beiden Schwingungsordnungen gewonnenen Elastizitätsmoduln noch geringfügig verbessert werden, doch war das erreichte Ergebnis bereits erstaunlich gut.

Der Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln aus Messungen mit flachliegenden Brettern ($E_{3,F}$) und den in Hochkantlage geprüften Brettern (Mittelwerte aus $E_{2,H}$ und $E_{3,H}$) ist in Bild 4 dargestellt. Der Mittelwert der Quotienten beträgt 0,98 bei einem Variationskoeffizienten von 3,7%. Die Streuungen sind also auch bei diesem Vergleich noch

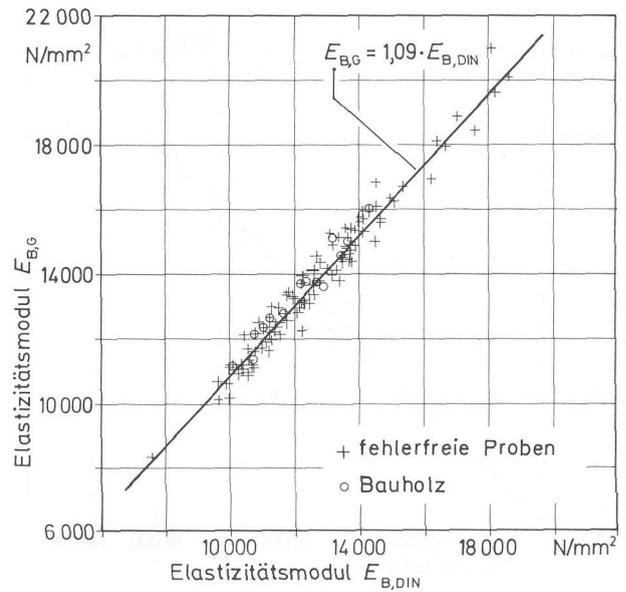


Bild 2. Zusammenhang zwischen dem Biegeelastizitätsmodul $E_{B,G}$ nach der Grindo-Sonic-Methode und $E_{B,DIN}$ nach DIN 52 186
 Fig. 2. Relationship between modulus of elasticity determined by both the Grindo-Sonic-method and the standard method according to DIN 52 186

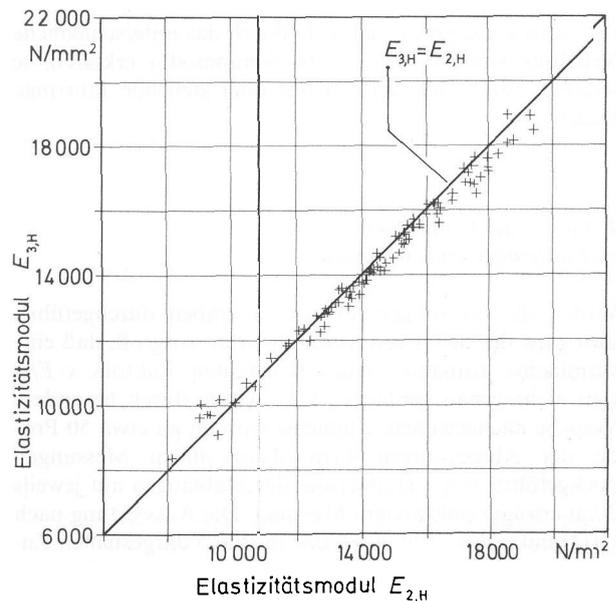


Bild 3. Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln ermittelt aus Schwingungen 2. und 3. Ordnung
 Fig. 3. Relationship between modulus of elasticity measured from second and third order of vibration

Tabelle 2. Versuchsanordnung und Bezeichnung der Elastizitätsmoduln

Lagerung des Brettes	Lage der Auflager, bezogen auf die Brettlänge l		Ort der Schwingungserregung	Schwingung	Bezeichnung des zugehörigen Elastizitätsmoduls
	x_A	x_B			
Hochkant	0,13 · l	0,87 · l	0,3 · l	2. Ordnung	$E_{2,H}$
Hochkant	0,09 · l	0,91 · l	0,5 · l	3. Ordnung	$E_{3,H}$
Flachliegend	0,09 · l	0,91 · l	0,5 · l	3. Ordnung	$E_{3,F}$

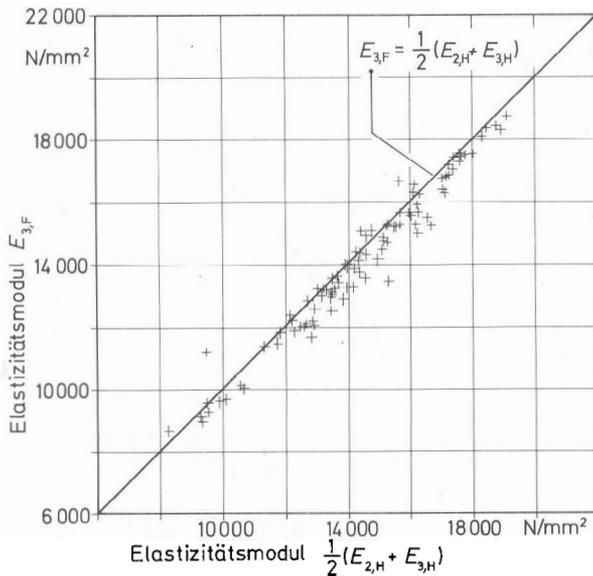


Bild 4. Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln ermittelt an flachliegenden Brettern ($E_{3,F}$) und den in Hochkantlage geprüften Brettern ($\frac{1}{2} \cdot (E_{2,H} + E_{3,H})$)

Fig. 4. Relationship between modulus of elasticity determined from flatwise and edgewise Grindo-Sonic vibration tests

recht gering. Sie lassen sich z. T. durch das unterschiedliche Verhältnis von Elastizitäts- zu Schubmodul erklären, je nachdem, ob es sich um liegende oder stehende Jahrringe handelt.

4.3 Einfluß des Verhältnisses von Elastizitäts- zu Schubmodul

Werden die Messungen an kurzen Stäben durchgeführt, dann wird der Schubverformungseinfluß so groß, daß eine vereinfachte Annahme eines konstanten Faktors $s \cdot E/G$ nicht mehr genau genug ist. Dies wurde durch besondere Versuche nachgewiesen. Zunächst wurden an etwa 50 Proben der Abmessungen $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ Messungen durchgeführt. Nach Halbierung der Stablängen auf jeweils 20 cm erfolgte eine weitere Messung. Die Auswertung nach Gl. (1) mit $s \cdot E/G = 20$ ergab den in Bild 5 dargestellten Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln, ermittelt an 40 cm langen Proben (E_{40}), und denjenigen, die an auf 20 cm gekürzten Proben (E_{20}) bestimmt wurden. Da der Einfluß des letzten Terms in Gl. (1) gering ist, wurde für den Schubmodul ein Wert von $G = 500 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt. Der Mittelwert der Quotienten E_{20}/E_{40} lag bei 1,03 mit einem Variationskoeffizienten von 7,9%. Die relativ hohen Streuungen weisen darauf hin, daß die Annahme eines konstanten Wertes $s \cdot E/G$ bei kurzen Stäben zu ungenauen Ergebnissen führen kann. Geht man aber davon aus, daß die Elastizitätsmoduln der langen und der kurzen Proben gleich sind, dann kann man im einzelnen mit Hilfe der beiden Messungen den Quotienten $s \cdot E/G$ für jedes Einzelholz aus Gl. (1) bestimmen. Damit könnte auch der Schubmodul des Holzes aus Schwingungsmessungen bestimmt werden. Um hierfür eine

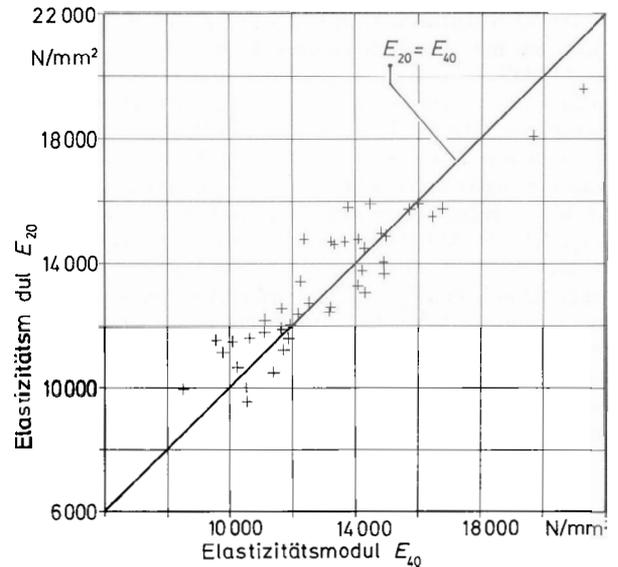


Bild 5. Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln ermittelt an 40 cm langen Proben (E_{40}) und an auf 20 cm gekürzten Proben (E_{20})

Fig. 5. Relationship between modulus of elasticity of boards of 40 cm and 20 cm length

hinreichende Zuverlässigkeit zu beweisen, müßten noch weitere systematische Untersuchungen erfolgen.

5 Zusammenfassung

Mit Hilfe eines Meßgerätes des Werktyps Grindo-Sonic MK 3 ist eine schnelle und zuverlässige Bestimmung des dynamischen Elastizitätsmoduls von Holzstäben unterschiedlicher Abmessungen möglich. Zur Berechnung des Elastizitätsmoduls aus den Versuchsdaten hat sich eine Näherungslösung für die Differentialgleichung der Biegeschwingung für den Werkstoff Holz als hinreichend genau erwiesen. Auch Messungen aus Biegeschwingungen höherer Ordnungen sind für dieses Verfahren geeignet. Dies ist besonders für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls langer Bretter oder Balken von Vorteil. Der Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln, ermittelt aufgrund derartiger Schwingungsmessungen, und solchen, die statisch nach DIN 52 186 bestimmt wurden, wird aufgezeigt. Bei gedrunenen Stäben ist der Schubverformungseinfluß bei hoher Genauigkeitsanforderung nicht vernachlässigbar. Das Verfahren scheint aber auch für die Ermittlung des Schubmoduls geeignet zu sein.

6 Literatur

- Glos, P.; Heimeshoff, B. 1982: Möglichkeiten und Grenzen der Festigkeitssortierung von Brettlamellen für den Holzleimbau. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Karlsruhe: Bruderverlag
- Hearmon, R.F.S. 1966: Vibration testing of wood, Forest Prod. J. 16:29-39
- Kollmann, F.; Krech, H. 1960: Dynamische Messung der elastischen Holzeigenschaften und der Dämpfung. Holz Roh-Werkstoff 18:41-54